

力学的丰碑

——20 世纪力学学科里程碑式的论文

Werner Schiehlen
IUTAM President

Leen van Wijngaarden
IUTAM Vice President

03 0

编者的话 此文是国际理论和应用力学联合会 (IUTAM) “世纪之交的力学 (Mechanics at the Turn of the Century)” 报告的一部分, 原题为 “Landmark Papers in Mechanics with Their Motivations”, 是 IUTAM 大会委员会成员及诸位主席推荐的 24 篇 “力学学科里程碑式文章” 的题目及评论。为了使读者更好地了解它的由来, 我们还翻译了该报告的引言部分。

在世纪之交回头看 20 世纪力学的进展、成果, 思索一下 20 世纪力学前进的历程、走过的路, 以启迪我们在新世纪为力学做出新努力, 踏踏实实做出里程碑式的贡献。这是我们翻译出版这个报告的初衷。

北京大学力学与工程科学系的几位同志合译了此报告。IUTAM 执行局成员、中国力学学会前任理事长、我刊副主编王仁先生亲自和 IUTAM 主席、本报告的主编 Schiehlen 联系, 获得版权, 并对译稿进行了修饰。

在我们筹备出版此文期间, 王仁先生不幸逝世, 谨以此文悼念王仁先生。我们永远怀念王仁先生为力学的发展所做的努力和贡献。

引 言

我们刚踏进 2000 年, 这是一个不错的时机回头看一看过去的世纪里取得了什么成就。在 IUTAM 的各委员会讨论中产生了一个动议, 请力学领域的科学家们回答 20 世纪里哪篇文章对他们的研究最为重要。这一问题提给了 IUTAM 大会委员会的成员以及卸任的诸位主席。大会委员会的秘书, Niels Olhoff 教授, 于 1998 年 2 月写了一封信:

亲爱的同事

IUTAM 执行局在 1997 年的会议上讨论了除第 20 届 ICTAM 大会以外庆祝新千年到来的可能性。执行局决定 IUTAM 大会委员会的成员以及卸任的诸位主席应该被邀请提交一篇他认为是 “力学学科里程碑式” 文章的题目, 以及对他的选择的简要评论 (不超过一页两倍行距的 A4 纸)。在取得了版权之后, 这些评论将在一本特别报告中出版。

以 Werner Schiehlen 主席的名义, 我很荣幸地邀请您提交 “力学学科里程碑式” 文章的题目, 以及为此报告的评论。您所选择的文章是在 20 世纪发表的, 在您的眼中它代表这个世纪科学的一个本质的进步。文章可以从力学的任何领域中选取。文章的选取没有限定不选您自己国家的文章或不选您自己研究领域的文章, 但文章是用英语写的。

请于 1998 年 6 月 30 日前寄给我您推荐的 “力学学科里程碑式” 文章的题目与评论, 以及原文的复印件。

您诚实的
Niels Olhoff

在 1998 年的执行局会议上 Niels 收到了大约 20 份建议。会议决定将此项工作委托给主席和副主席。我们向未回应的同事再一次发了信,请他们在 1999 年 11 月 1 日前提交建议。在这期间我们也意识到将建议的文章编辑成书将会超过 IUTAM 的财力极限,于是我们决定将“里程碑式文章”的建议与评论以 IUTAM 报告的方式出版,并放在 Internet 上。

这就是这份报告,它源于建议与评论。Niels Olhoff 的信并没有被大会主席团成员明白地解释。一些人建议在他们的自己的研究领域具有极其重大意义的文章,另一些人则提出具有广泛重要性的文章。两种诠释也许都是准确的。

无论如何,这些建议是有意义的,我们的读者可以享受阅读它们的乐趣。然而,这些收集的文章并不是力学的“里程碑”。选择里程碑大大超越了我们的目的和能力。这仅仅是力学界 27 位出类拔萃的科学家在他们自身的研究领域选出的重要文章,而不是其他更多的东西。但也并不少于这些,因为我们见证了委员会成员们是怎样谨慎地做出选择的。

为了在这个报告中讲述更多的 IUTAM 故事,我们在此报告中还重印了“IUTAM, 推动力学五十年”(见 *Mechanics at the Turn of the Century*, 译者注),它是由 Fons Alkemade 博士编写的,恰好发表在 1996 年的 IUTAM 五十周年庆祝会上。

最后,编者们在靠近圣诞树的火炉旁沉思,力学的未来将会是怎样的。我们在论文中证实了我们的想法,并把它引入报告中,因为它们是值得的。

在这即将结束的世纪, IUTAM 的巨大成功依赖于那些致力于在不同领域融合这一目标的科学家们。本报告还包括了在世纪之交服务于 IUTAM 的科学家们的名单(见 *Mechanics at the Turn of the Century*, 译者注),它显示有多少人参与这个联盟的活动。主席和副主席以 IUTAM 的名义感谢那些为联盟做出贡献的人,那些在 20 世纪把理论与应用力学和计算力学一样创建成一门新学科的科学家。

在稀疏散布中球体的沉降 (Sedimentation in a Dilute Dispersion of Spheres)

G K Batchelor. *J. Fluid Mechanics*, 1972, 52: 245~268

Andreas Acrivos (New York) 和 Leen van Wijngaarden (Enschede) 建议

Andreas Acrivos

力学中一个基本问题是要确定随机弥散的两相系统中的有效参数。它们给出了组元的物理性质、形状和体积分数。例子包括:有效热传导率,组元的弹性模量,在重力作用下粒子的平均沉降速度,悬浮物的有效黏性,流体通过聚集颗粒的河床运动时的压力降等。尽管原则上通过求解一个在整个区域内局部适用的一个微观尺度上的输运方程,然后再对局部解取平均可以计算出这种宏观的有效参数,但这种平均包含有通常发散或最好只是条件收敛的积分。

在上面提到的文章中 Batchelor 教授给出了一个天才般的通用技术,它通过对任何给定的输运问题公式中强加的整体约束取平均来对这种积分进行重整化。这一技术远远超过了一种数学技巧,它要求有深刻的物理洞察力和对相关的物理问题的详细了解,以及从一个问题到另一个问题的变化。

由此通过应用 Batchelor 方法就能够以一种严格的形式解决大量的经典问题,其中包括推广到高阶的粒子浓度问题,人们熟知的 Einstein 有关一个固体球的悬浮的有效黏性的表达式只是一个例子。

Leen van Wijngaarden

在沉降问题中以前的研究者包括 J.M. Burgers 遇到过一个障碍,即存在发散的积分。在悬浮理论中计算其它平均量时也遇到同样的困难,小粒子的平均沉降速度的计算可以认为是普适的。Batchelor 以一种天才般的方式通过引进重整化解决了这个问题。在上面提到的这篇源头的文章之后,悬浮理论的应用者们紧跟着发表了很多文章,他们使用 Batchelor 的想法解决了一些重要的问题。

统计流体动力学 (Statistical Hydrodynamics)

L Onsager. *Nuovo Cimento*. 1949, 6(9, suppl): 279~287

Hassan Aref (Urbana-Champaign) 建议

这篇出色的文章包含了 Onsager 发表的大部分湍流工作,他是著名的 K41 湍流标度理论的共同发现者之一(与 Kolmogorov 和 von Weizsäcker 一起)。正如 Onsager 轻松地指出“充其量 Kolmogorov 的主要结果至少被重新发现两次”,他提到了 Kolmogorov 的著名文章和 von Weizsäcker 以及他自己在 1945 年物理评论杂志中的摘要。统计流体动力学的最后一节是有关三维湍流的这个理论。这些材料的大部分已在今天的教科书中找到,尽管现代读者可能会惊奇地发现速度场的 Lipschitz 条件的概念在 50 年前就已提到。

文章的第一节——这是我要把它放在这本文集中的主要理由——完全是原创性的。它提出在大气和海洋的准二维流动中的孤立涡形成的一个理论。魅力之处在于构成了点涡相互作用运动方程的 Hamilton 形式,其有限域内的情况刚好在几年前由林家翘澄清了。Onsager 又观察到当 Gibbs 平衡态统计力学的公式应用到这种系统中时,人们会发现形式上与负温度值相应的状态,这种状态有一种性质是随着能量的增加,相同符号的涡趋向于聚集在一起,并由此形成包含有很多涡元的大涡。因此 Onsager 争辩说一般来讲在二维湍流中存在有形成大尺度相干涡旋的趋势。产生这种涡旋的动力学过程——一个至今没有解决的课题,按它的本质应该是平衡态统计力学的问题——以后被详细研究过, Batchelor, Kraichnan 和 Lilly 引进了‘逆向级串’的概念。Onsager 在这篇文章中报告的结果是半个世纪以来研究大气和海洋湍流的推动力。

多相材料弹性行为理论的一种变分方法 (A Variation Approach to the Theory of Elastic Behavior of Multiphase Materials)

Z Hashin and S Shtrikman. *J. Mech. & Phys. Solids*, 1963, 11: 127~140

Sol R. Bodner (Haifa) 建议

我愿意提名 Z. Hashin 和 S. Shtrikman 的这篇论文作为力学的一篇里程碑式的论文。该文为各向异性介质弹性性质的解析处理开辟了新的途径,并给出了复合材料弹性模量实用的、贴切的界限。这个界限可以不依赖组合相的具体接口几何信息便可以得到。认识到这一点需要作者相当的洞察力。以前这方面的工作只是利用了已知的弹性理论的极值原理,得到的弹性模量的范围过宽。

Hashin 和 Shtrikman 的阐述用到了他们以前发现的一个(在当时)新的极值原理,该极值原理基于弹性极化张量的概念。该过程将一个各向异性介质的边值问题化为各向同性问题,它带有由极化张量导数定义的“体力”,因而可以用 Green 函数的技巧。该方法的一个重要性质是,就所用到的信息而言由该方法得到的弹性模量界限是最优的,即复合材料、各向同性弹性性质以

及不同相的体积比的统计各向同性。这一点已经被存在精确解的特殊复合材料的界限所证实。

根据科学引文索引 (SCI), 该文在 1964 年至 1997 年间被引用次数达到 743 次。这篇文章是力学对自然科学做的基础性贡献, 同时也为复合材料的实际发展提供了一个重要的分析工具。强烈建议将该文收入到被提议的报告中。

各向同性材料大弹性变形之四 —— 一般理论的进一步发展 (Large Elastic Deformations of Isotropic Materials IV——Further Developments of the General Theory)

R S Rivlin. *Proc. Roy. Soc.*, 1948, A853: 379~397

David Bogy (Berkeley), Michael Hayes (Dublin) 和 Roger Tanner (Sydney) 建议

David Bogy:

在对高度弹性变形的固体和非牛顿流体的非线性本构行为的兴趣的激发下, 20 世纪 40 年代中期开始了经典场理论的一次复兴。接下来的 20 年间新颖的结果和新的理论层出不穷, C. Truesdell 和 W. Noll 的重要论著 *The Non-Linear Field Theories of Mechanics* (Handbuch der Physik, Vol.III/3, Springer-Verlag, 1965) 对此作了概述。Ronald Samuel Rivlin 是这场运动中的一个领头人, 他在弹性和流变学方面都做出了突破性的贡献。在不列颠橡胶制造者研究协会作研究物理学家时, 他在各向同性弹性材料的大变形的理论与实验方面著有由九部分组成的系列论文, 该组于 1948 年至 1952 年间发表的论文有着空前的独创性和深度, 并具有物理学上的敏锐以及启发性。该系列论文导致了现代有限弹性理论的诞生, Rivlin 选集 (Springer-Verlag, 1997) 收录了它们; 其中的第七、八、九部分是分别与 D.W. Saunders, A.G. Thomas, J.E. Adkins 合著的。

为了寻找一种易于掌握的数学理论来描述橡胶类材料的弹性行为, Rivlin 被引向重新构建一套非线性连续介质力学的知识体系。实际上, Cauchy 在 18 世纪 20 年代就开始了这方面的研究, 并在后来的研究者的完善下臻于完美, 尤其是 1896 年 Cosserat 兄弟的工作, 不过该理论在 1900 年至 1948 年间几乎被人遗忘, 未被使用过。除了认识到建立完全非线性理论的必要性, Rivlin 还意识到了如硫化橡胶这类材料的不可压缩假设的合理性。通过这一重大发现, 他得到了许多非线性方程的精确解, 首先是“新胡克”材料, 接着是在系列论文的第四篇中开始提到的一般均质、各向同性、不可压缩弹性材料。从 Rivlin 的理论中可以立即得出一个重要结论, 非线性弹性材料的简单剪切需要正应力和剪应力同时存在。相应地, 不可压缩非线性弹性材料的正圆柱的扭转不仅需要扭矩还需要轴向力。如果不提供轴向力, 圆柱的长度则会发生变化。Rivlin 本人证实了该效应, 后来人们认识到它与本世纪初 Poynting 在实验中测得的扭转时的伸长是一致的。

Rivlin 在有限弹性方面的工作, 不仅体现在该系列论文中, 还体现在此后于多方面的不断延拓。由各领域的发展看来, 这的确是这一世纪来重大的成就。

Michael Hayes:

该文标志了现代有限弹性应变理论的开端并由此发展了非线性黏弹性固体和流体方面的研究。

作者首先重新发现了 1900 年就已得出的各向同性超弹材料的应力 - 应变关系 (4.5) (含储能函数)。Finger 在 1894 年就发表了这些关系式, 但在意大利之外未能引起注意。然而, 他接下来又给出了不可压缩各向同性超弹性材料的本构方程 (4.6)。正是这一方程的发现使得有限弹性问题的研究得到广泛关注。Rivlin 在其早期论文中得到了可压缩储能函数的具体形式, 而在此

之前 Signorini (1930) 和 Murnaghan (1937) 已有了类似的结果。但是 Rivlin 在该文中首次注意到了不可压缩材料的本构方程中的任意静压可用来决定任意储能函数的精确解, 他发现不需要对储能函数作任何形式上的近似或化简就能得出边值问题的精确解。

在第 12 节中他分析了不可压缩立方体材料 (如硫化橡胶) 的简单剪切, 发现正应力和剪应力同时存在。Rivlin 发现通过选择合适的 p (12.9 式), 立方体的两个平行面将会没有正应力, 对应可压缩材料, 情形就不一样了 (§13), 为了保持其处于简单剪切状态, 在立方体六个面上必须有正应力。

在第 14 节中, Rivlin 研究了一类非均匀变形不可压缩直圆柱体的有限简单扭转。他得到一个对所有不可压缩各向同性弹性材料都成立的精确解。特别地, 通过方程 (14.15₂) 可得出, 如果圆柱体扭转而不伸长, 必须在其端面施加一个正推力。如果不加该推力圆柱则会伸长或缩短。1913 年, Poynting 已经精确观测到该现象, 橡胶圆柱在扭转时确实发生了伸长, 且伸长与扭矩的平方成正比。

Roger Tanner:

经过约 50 年的时间, Rivlin 在该文中叙述了在不可压缩有限变形理论中怎样求解对于任意应变能函数的非平凡问题。这与弹性理论方面以往的研究有极大的不同 (包括 Rivlin 这一系列中的早期文章), 以往的解法总是在开始假设某个特定的本构模型, 然后给出各种解, 对之展开各种演算。除开上述合理的一般性以外, 此项工作还使得由实验决定应变能函数成为可能。

这些通解使人们认识到在非线性材料中正应力与剪应力的耦合是必然的。透过这一篇文章及其进一步的工作, 人们可以得到一类简单问题的更多的非线性解, 最终, 随着计算力学的发展, 有限应变的弹性理论得到了广泛的应用。这项工作也为理解非线性流体的流变学铺平了道路, 在那里正应力和剪应力的相互作用由扭转流体的爬升效应 (Weissenberg 效应) 所证实, 而寻找简单的通解的工作也类似于上述工作, 取得了成功。因此, 我坚信这篇文章是力学发展过程中的一项富有洞察力的工作。

在横向冲击下梁的大塑性变形 (Large Plastic Deformations of Beams under Transverse Impact)

E H Lee and P S Symonds. *J. Applied Mechanics*, 1952, 19: 308~314

Daniel Drucker (Gainesville) 建议

在慎重思考什么是“里程碑”和考虑了许许多多重要文章之后, 我选了这篇文章。

我个人认为里程碑式的文章必须比力学上的重要进展更有意义一些。它应该在一个重要的领域带来巨大的、创新性的思想跳跃, 在它之后尽管有许多后续工作, 但几十年以后它仍值得一读。这就排除了许多十分有意义的工作, 尽管它们把前人的工作推进了一大步, 也排除了选择同一作者与此巨大的思想跳跃相关的任何后续工作的可能性。我们也不能选取一篇有十分显著进展但其基本结论不再有用的文章。

Lee-Symonds 的文章采用简单的刚塑性理想化模型给出了具有一个移动塑性铰的梁的基本动力学特征。它为将梁和其它一般结构的分析扩展到弹塑性和时间相关材料提供了合适的基础。我特别喜爱此文是因为当我与 Bill Prager 想弄懂具有移动塑性铰的动力学和几何变化时, 这一问题还未清楚。我们弄不清楚, 只能求助于 Ras Lee 和 Paul Symonds。他们获得了了不起的成功。

在无碰撞等离子体中“孤子”的相互作用和初态的复原 (Interaction of “Solitons” in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States)

N J Zabusky and M D Kruskal. *Phys. Rev. L.*, 1965, 15: 240~243

Jüri Engelbrecht (Tallin) 建议

我选择的里程碑式文章与孤子有关。实际上在这个领域内有三篇里程碑式文章，但前两篇属于 19 世纪。第一篇是由 John Scott Russel 在 1844 年发表的，它描述了在一条窄的河道中波的传播。在科学领域内经过长期的争论 D.J. Korteweg 和 G. de Vries 在 1895 年发表了一篇有关一种新型定常长波的文章并导出了一个现在以他们的名字命名的方程——KdV 方程，这个结果在著名的 H. Lamb 的专著中只是一个附注，但它包括了我选择的这篇由 N.J. Zabusky 和 M.D. Kruskal 在 1965 年发表的里程碑式文章。N.J. Zabusky 和 M.D. Kruskal 实际上考虑了交叉传播并命名为‘孤子’，尽管他们的文章名称是与无碰撞等离子体中磁流体动力学波有关的，作者也列举了由同样的方程决定的浅水波和非调和晶体中的长波等例子。这篇短文的特点是什么呢？一种明确的解释是有关非线性和弥散的共同影响，它们分别给出相反倾向的作用：一方面要产生激波（速度与振幅有关），另一方面扰动要弥散成波列（速度与波数即频率有关）。但是共同的影响是产生一种类似粒子特性的定常波形。这篇文章对众多科学领域产生巨大的冲击以致很难一一列举出来。正如在 1995 年举行的 KdV 世纪会议上强调的那样，这篇文章在非线性分析和力学中是一次先驱性的突破。今天我们已知很多孤子过程和它们满足的方程。这些过程出现在流体动力学中（浅水波，气化液体中的波，液体中正 - 反向涡对，气体流化床中的波），固体力学中（微结构固体中的波，离散晶格中的波和分层介质中的波），地球物理学中（岩浆流），气象学中，蛋白质系统中，且不说光纤，等离子体物理，无线电物理等领域。木星大气中的大红斑也可用孤子理论来解释。很自然，原始的一维 KdV 问题要推广到二维或三维问题中（浅水中的表面波）用数学的术语来讲现在我们遇到的是像 KdV, Sine-Gordon, Schrödinger, Zakharov 方程等可积方程或像广义 Boussinesq 方程，Sine-Gordon-d'Alembert 系统等近可积方程。我们现在知道求解孤子问题有很多种专门的数学方法。

刚体冲头在半无限弹性体表面压入所引起的弹性应力 (The Elastic Stresses Produced by the Indentation of the Plane Surface of a Semi-Infinite Elastic Solid by a Rigid Punch)

J W Harding and I N Sneddon. *Proc. Cam. Phi. Soc.*, 1945, 41: 16~26

Graham M.L. Gladwell (Waterloo) 建议

在第二次世界大战的最后几年，I.N. Sneddon 既是剑桥三一学院 (Trinity College Cambridge) 的资深研究人员，同时也是供给部年轻的科学官员。在三一学院他由 W.R. Dean 指导，而在供给部则由 J.W. Harding 指导。作为学院的奖励，Ian Sneddon 收到了 Titchmarsh 的书，Harding 总愿意下午来翻翻他的书。就是他建议 Sneddon 研究由 Ida Busbridge 发展起来的积分方程解法。据 Sneddon 说，Harding 是一个“敏锐的，但不十分突出的”研究人员。他给了 Sneddon 用积分变换的想法，但自己却不动。战争末期，他转去了道路研究实验室，把基础性的研究领域留了下来。但 Ian Sneddon 坚持下来了，并开始了他在应用数学上的出色生涯。延续到今天，从他的播种性的文章算起这样的生涯已有五十多年了。

这篇文章的重要性至少在于，弹性力学的解不通过预先假设就得到了。它完全不同于那个

年代的典型方法,弹性问题是由精致的基本弹性场组合而成,例如: Love 或 Timoshenko 的工作 (Muskhelishvili 的奇异积分方法用复变列式消除平面问题的预先假设. 它在 1945 年就完成了,但直到 1953 年才在西方出现).

他的文章是播种性的,下面是种子与它们的果实:

(1) (轴对称的) 位移场 (而不是应力场) 以势的形式表达 (2.1.9), (2.1.10). 这一点后来在 [10] (见原文文献 [10], 译者注) 中用 Papkovitch-Neuber 解推广了.

(2) 势表示为 (Hankel) 变换 (2.2.5), Sneddon 和他人用各种变换,有限的或无限的,在识别、断裂、流体力学、量子力学等方面解出了一些重要的问题.

(3) 问题被简化成一对积分方程 (2.4.7), (2.4.8). 这一方法后来被推广和改进了,特别是用 Abel 变换.

(4) 积分方程是用 Busbridge 的方法求解. Busbridge 关心的是优雅的数学,而不是实际求解. Sneddon 在他的“小红宝书”里将 Busbridge 的想法带给了应用数学和力学同仁.

(5) 在解的形式上,重要的物理参数是用含有理、三角与 Bessel 函数的封闭积分计算的. 后来有人对这些积分进行了分类编目,如 Gradshteyn 和 Ryzhik.

这就是为什么成百的研究人员引用该文的一些原因.

黏性很小的流体运动 (On the Motion of Fluids of Very Small Viscosity)

L Prandtl. NACA Technical Memorandum. No.452, 1928, 德语原文发表于 1904 年

Javier Jiménez (Madrid and Stanford) 建议

真实黏性流体运动和理想无黏运动方程解之间的关系问题在整个 19 世纪一直困扰着流体力学界. 人们知道最普通的流体的黏性是低到可以忽略,但人们也知道无黏方程的解不能表示实验. 这种差异的一个例子是 d'Alembert 佯谬,按照 d'Alembert 佯谬在一个理想流体中的物体不会受到任何阻力,这与通常的经验直接发生矛盾.

Prandtl 准确地认识到用现代术语来说黏性的作用是无黏方程的奇异摄动. 他引进了边界层的概念,准确地提出并解决了平板的边界层问题,他还研究了在逆压梯度作用下边界层的分离. 他也注意到一旦分离,边界层会成为一个包住尾流的涡面,改变了流动的拓扑结构. 他由此解决了 d'Alembert 佯谬,文章也包括了在一个槽道内绕一个圆柱的分离流的显示实验,并准确地解释了此实验. 尽管很多现象以前也知道,但 Prandtl 第一个用 Navier-Stokes 方程来解释它们并由此将黏性流体的研究从佯谬笼罩的领域引进科学领域.

编者注 德文原文 “Über die Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung” 于 1904 年在第三次世界数学大会文集的 484~491 页发表, Javier Jiménez 教授宁可选英文版,因为它更广泛地被采纳.

扩展的连续介质极限设计定理 (Extended Limit Design Theorems for Continuous Media)

D C Drucker, W Prager and H J Greenberg. *Quart. Appl. Math.*, 1951, 9: 381~389

Sandor Kaliszky (Budapest) 建议

19 世纪 40 和 50 年代见证了塑性力学理论的复兴与其后的迅速发展. 出现了许许多多文章和书籍,包括 Drucker, Geiringer, Greenberg, Gvozdev, Hill, Hodge, Ilyushin, Koiter, Olszak, Prager, Sokolovski 和 Symonds 的著作,它们发展了塑性力学的基本定理、基础方程和新的求解

方法. 这些出版物中的大多数都有重要的贡献, 因此不好说哪一篇更有意义. 然而, 我的脑海里有一篇突出的文章, 就是上面提到的那篇. 它也许可以被认为是塑性力学理论中最重要的文章之一.

在该文中, 作者们在他们以前工作的基础上导出并非常清楚地表述了极限分析的静力学和动力学定理的一般形式. 除了在理论意义之外, 它构成了无数广泛用于解机械工程问题、塑性分析和结构设计的解析和数值方法的基础.

弹-黏塑性应变硬化材料的本构方程 (Constitutive Equations for Elastic-viscoplastic Strain Hardening Materials)

S R Bodner and Y Partom. *J. Applied Mechanics*, 1975, 42: 385~389

Anthony N. Kounadis (Athens) 建议

Bodner 和 Partom 的文章第一次给出了没有屈服准则与加卸载条件的增量弹 - 黏塑性列式, 它是作者先前 1968 年和 1972 年工作的细化与扩展. 在他们的理论中, 所有的非弹性特征, 如塑性、蠕变、应力释放等都是时变的, 并由一个变量表达. 1975 年的文章强调了这些内容, 作者引入了一个与加载历程相关的硬化变量以估计非弹性变形的抗力, 并提供了理论预期与实验结果的比较. 它使该文的列式不仅是一个理论上的练习, 而且是一个实用的工具. 这个材料模型的早期应用之一是考虑温升时的高强度合金. 最近几年, 这一理论被用于不同的温度与加载速率的结构问题, 并为工程实际所接受.

气体中间断运动的必要条件 (The Conditions Necessary for Discontinuous Motion in Gases)

G I Taylor. *Proc. Roy. Soc.*, 1910, A84: 371~377

James Lighthill 爵士 (London) 建议

在我的三篇主要声学文章中已经强调了 1910 年 Taylor 有关激波的文章的关键重要性. 在献给 G.I. Taylor 70 寿辰时的《力学概论》(剑桥大学出版社 1956 年) 中, 我写过一篇 100 页的文章庆祝他“在有限振幅声波中黏性的作用”的发现, 同时也在很多方向上拓展了 Taylor 的结论. (这本祝寿书早已脱销, 但我的文章在 M.Y. Hussaini 编著的《James Lighthill 爵士论文集》中重印, 牛津大学出版社, 1996 年). 以后在我的一本厚书《流体中的波》(剑桥大学出版社, 1978 年) 中, 我在第 148~165 页上解释了: (1) 有限振幅声波的‘简单波’理论提出的谜. (2) Taylor 的发现解释了这个谜: 扩散效应 (包括热扩散和动量扩散) 也能通过一个本质上是间断的激波来减缓波的陡峭度——无论如何都要产生一个很小的厚度, 即 Taylor 厚度. 最后, 我在 1998 年的一篇回顾性文章“激波动力学的一个世纪”(Int. J. Acoust. Vib., 3, 5~16) 中描写的世纪是从 1910 年 Taylor 的里程碑式的文章开始的, 同时进一步描述了 G.I. Taylor 在以后对激波科学的几个贡献.

他在这个领域内的三个发现的主要特征是每一个都独立地由 Taylor 和其它伟大的科学家导出, 即使是这篇里程碑式文章也不例外. 事实上, 皇家学会会刊 84 卷 A 的第 247~284 页还包含了另一篇试图解决谜 (1) 的文章, 它是由 Rayleigh 爵士本人撰写的. Rayleigh 的解法与 Taylor 的解法相比有一个优点是他是 对一般的绝热指数 γ 作的, 而 Taylor 本人只限制在 $\gamma = 1$ 的情况. 但是 Rayleigh 分析的一大缺点是它只容许热扩散而不容许黏性动量扩散, 这就使 Taylor 的

文章更加重要,它是以后所有讨论激波性质和结构的先驱.

车轮与铁轨滚动接触理论概述 (Survey of Wheel-Rail Rolling Contact Theory)

J J Kalker. *Vehicle System Dynamics*, 1979, 5: 317~358

Peter Lugner (Vienna) 建议

将一篇概述文章选为杰出文章,从而给作者以荣誉似乎是非比寻常的.但只要进入轮轨车辆运动模拟领域,你就会不可避免地遇到 Kalker 教授的研究成果.这篇论文为他的研究工作在科学进展中奠定了应有的地位.

Kalker 分两部分论述了摩擦滚动理论.在第一部分中概述了自 1920 年到最近的结果,人们已经由这些结果提出了一种分析方法.与测量相比,这种方法能够得出合理的定量分析结果,但只适用于延展接触区域和小旋转滑移 (small spin slip) 情形.

在第二部分中他表述了自己的研究工作.首先介绍了稳态滚动的简化理论,然后进一步给出了数学框架和三维的计算方法.各接触体可以有不同的弹性性质.接触区域被离散成小矩形,接触力的瞬态行为可以利用离散时间步进行计算.原则上对小区域的形状以及滑动和旋转滑动 (slip and spin slip) 区域的数量没有限制.

基于以上线性理论和对车辆与铁轨之间传递力的全三维的计算分析而开发的很多软件系统,在今天已经成为几乎所有铁路车辆模拟的基础.

这篇论文很好地论述了摩擦滚动接触的数学列式,以及对不同弹性体之间滑动和黏连的所有一般情形的复杂计算,因此它被认为是所有从事研究滚动体摩擦这个复杂现象的科学家工作的一个基本出发点.

一种测量由高爆炸药的爆炸或子弹撞击所产生压力的方法 (A Method of Measuring the Pressure Produced in the Detonation of High Explosives or by the Impact of Bullets)

B Hopkinson. *Phil. Trans.*, 1914, A213: 437~456

Bengt Lundberg (Uppsala) 建议

在 20 世纪早期,身为皇家学会会员和剑桥大学机械与应用力学教授的 Bertram Hopkinson 发表了两篇论文,一篇是“金属中瞬时应力的影响”,另一篇是“一种测量由高爆炸药的爆炸或子弹撞击所产生压力的方法”.这两篇论文成了以后发表的有关固体波的定量实验研究和利用固体波研究材料力学行为领域的大量论文的先导.它们代表了在这个重要的力学领域中非常重大的贡献,我认为将其中第二篇论文作为本世纪“力学科学里程碑式的论文”是非常合适的.

这篇论文解决的是由子弹撞击或高爆炸药的爆炸所产生的压力脉冲的测量问题.这些压力脉冲的持续时间一般在 $10\mu\text{s}$ 或 $100\mu\text{s}$ 的量级,其测量在缺少传感器和没有电子工业的时代是非常困难的,尽管这些条件对现在而言只是最基本的实验条件.这篇论文提出的解决方法是简洁明了的.将冲击或爆炸荷载施加于一根圆柱形杆 (“Hopkinson 压杆”) 的一端,使它产生一个压力脉冲波形的弹性压缩波.在杆的另一端连着另一个圆柱形杆,称为“飞片”或“测时器”.压缩波可以无反射地通过接触面传播到飞片,然后在其自由端反射为拉伸波.在压杆和飞片的接触面上,如果反射回来的拉伸波和入射压缩波的振幅正好相等时,飞片就会飞出去,其飞行速度与它带走的波的动量有关.而该动量代表了应力波在飞片中传播一个来回所需时间内载荷的冲量,可以由弹道摆测得.在实验中使用不同长度的飞片,就能够确定压力脉冲的持续时间和

振幅, 还可以确定脉冲的波形, 尽管其形状不是唯一的.

连续运动的扩散 (Diffusion by Continuous Movements)

G I Taylor. *Proc. London. Math. Soc.*, 1921, 20, series 2: 196~212

Keith Moffatt (Cambridge) 建议

这篇 Geoffrey Taylor 爵士的早期文章是一篇著名的文章, 它确定了湍流的扩散特征, 得到了扩散系数和速度场的 Lagrangian 关联函数之间的一个明确关系式. 文章的精髓可从它的第 11 和 12 页中找到, 任何现代湍流教科书中也都希望包含它. 至今还令人想回去看看这篇原创性的文章, 了解一个伟大的科学家是如何与当时还是原始的均匀性、速度关联和所有重要的从离散到连续随机变量的转换等概念作斗争的. 文章有一个由 L.F. Richardson 给出的附录作为彩头, 这篇附录促使以后 Kolmogorov 得到了湍流流动中两个相邻质点间分离的规律.

我个人对这篇文章的兴趣来自以下一个事实: 这种想法可以推广到处理一个被动向量场 (即在一个完全传导的流体上的弱磁场) 的扩散; 但是这里湍流的作用不只是扩散, 分析也给出了发电理论的 α 效应, 系数 α 是作为 Lagrangian 关联给出的, 但现在速度和涡量之间的关联.

像 G.I. Taylor 的很多其它文章一样, 这篇文章美妙地证明了他的深刻的物理直观和刚好合适的数学推理的结合能力, 并引出了一个富于启迪作用的非常实际问题的结论——从烟囱冒出的烟的大气扩散.

高哈特曼数的磁流体动力学 (Magnetohydrodynamics at High Hartmann Number)

J C R Hunt and J A Shercliff. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1971, 3: 37~62

René Moreau (Grenoble) 建议

对我和在液态金属 MHD 领域内活跃的很多研究小组来说, 这篇文章代表了一种分岔, 它证明了 Hartmann 层的特殊性质的确控制了整个流动: 核心流动, 在其它边界层和湍流中的速度分布 (除了那些所有耗散都集中在内的哈特曼层以外, 湍流都趋向二维状态). Hartmann 层的这种关键作用稍早一些 (Hunt and Ludford, *J. Fluid Mech.* 1968) 已被发现, 但只局限在一个比较特殊的问题中. 我们推荐的文章的确是第一篇从一般观点来解释这种影响又列举了大量例子的文章. 从 MHD 领域来看有两类文章: 在所推荐的文章以前的那些文章 (大多数包含错误, 因为这种 Hartmann 层的关键性质还没被理解) 和以后的那些文章 (它们有可能正确!).

弹性平衡的稳定性 (The Stability of Elastic Equilibrium)

W.T. Koiter. 由荷兰文稿 *Over de stabiliteit van het elastisch evenwicht*. Delft, 1945 译为 NASA Technical Translation F-10. 1967, and Stanford University Dept. Aeronaut. and Astronaut. Report AD704124. 1970

Frithiof Niorden (Copenhagen) 建议

在该文中 Koiter 展示了分叉和初始后屈曲对缺陷是怎样的敏感. 他使小缺陷的重要性得到了更好的理解, 并可以解释为什么理想结构屈曲强度的理论值与实验值之间存在巨大差异. 这一工作引发了固体力学领域大量的研究, 今天它被认为不仅在弹性稳定性而且在塑性范围内具

有本质上的重要性.

晶体塑性变形的机制 (The Mechanism of Plastic Deformation of Crystals)

G I Taylor. *Proc. Roy. Soc.*, 1934, A145: 362~387

Tinsley Oden (Austin) 建议

在金属塑性中定义位错的作用与位错动力学时, 该文是工具性的. 它对材料的力学概念的形成以及教学具有深刻的影响, 并在本世纪的后半叶被发扬光大.

结构优化导论 (Introduction to Structural Optimization)

W Prager. *Courses and Lectures of CISM No 212*. Springer, 1974

Niels Olhoff (Aalborg) 建议

我高兴地提名上面由 Prager 教授著的小册子为 20 世纪里程碑式的出版物. 尽管在这一领域存在大量的杰出教科书与文章, 对我来说, 力学对于结构优化的重要性没有在那本书里更清楚地表述过. 这本小册子是由基本结论与概念组成的, 它自然包括了更早时期作者与 D.C. Drucker, R.T. Shield 和 J.E. Taylor 的合作工作 (以及后来 G.I.N. Rozvany 工作的雏形), 它们本质上都是基于 Prager 关于最小成本设计的静力学 - 运动学优化准则的概念上的. 因而, 基于 Prager 的独创性模型, 该小册子以统一的风格提出了一组全面的优化准则, 可用于各种设计条件与弹性和理想塑性. 这本里程碑式的出版物是非凡的和统一的, 它的所有优化准则都源自于固体力学的基本极值原理和简单的极限过程. 这些准则对于具有线性平衡方程的凸函数的全局优化是充分必要的, 也是非凸问题的必要条件. 这本小册子里的许多结论后来在复杂工程设计优化软件系统中得到了实现. 对于简单的、理想的优化设计问题, 这些准则的应用由封闭形式解析解的导出得到了阐明. 许多这样的解析解后来被用作测试数值程序可靠性、精度和收敛性, 以及估计实际工程功效的标准.

在结构优化领域力学的方法是一切研究的基础. 结构优化领域在这个世纪的后半段有了显著的成长, 不少在这个领域相当重要的分析模型, 是与 Prager 教授在文中提出的独创性的、奠基性的贡献分不开的.

流变学状态方程的构造 (On the Formulation of Rheological Equations of State)

J G Oldroyd. *Proc. Roy. Soc.*, 1950, A56: 523~541

J.R.A Pearson (Cambridge) 建议

这篇文章给出了连续介质力学的一个基础性的进展, 它对描述受到任意流动历史的一般连续介质变形的应力本构关系提供了一个明确的工具. 它使大量早期的思想得到统一并具体化, 特别是利用了对流坐标系统和固体坐标系统之间的关系, 并且对复杂流体的复杂流动提供了一大批可预报的模型, 现在命名为流变学的力学分支很大程度上就是以这篇里程碑式文章提出的方法为基础的.

我认为它的精华是:

1. 尽管比较短, 但是很完整.
2. 它是自恰并且容易阅读的 —— 它避免了与其它工作不必要的关系并且摒弃了谬误的措施.

词.

3. 依靠清晰的叙述很好地组织和编写.
4. 它从非常一般的方法开始联系了流变学的状态方程和运动方程, 然后通过描述一类特殊的材料来说明它的用法, 并且对一个特殊的不常见的流动求解了最终的方程.
5. 它明确要求有相应的张量和一般坐标系的知识, 并强调对流时间导数的作用.
6. 由 Oldroyd 选作为例子的流体模型 A 和 B , 持续半个世纪一直作为聚合物流体流动的大部分研究的出发点.
7. 摘要是一件珍宝.

在圆管内缓慢流过的溶液中溶解物的弥散 (Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly through a Tube)

G I Taylor. *Proc. Roy Soc.*, 1953, A129: 186~203

Tim Pedley (Cambridge) 建议

当一颗被动溶解物药丸置入一维剪切流, 即一根圆管中时, 速度在垂流动方向的变化促使药丸在纵向被拉长. 在没有横向流动混合的过程中拉伸会无限地延续下去, 但是只要有分子或湍流扩散, 就会有某种横向混合. G.I. Taylor 给出了一个简单的数学证明: 药丸的质量中心将以平均流速向下游移动, 在置入很长时间后, 药丸关于质量中心的纵向延伸倾向于以一个有效扩散系数 D_{eff} 扩散开 (高斯型). 这个扩散系数反比于横向的小尺度扩散系数 (G.I. Taylor 有关湍流管流的文章发表于 1954 年). Taylor 自己的实验表明在一个圆管中这种剪切弥散可以被用来测量溶解物在溶液中或一种气体在另一种气体中的分子扩散系数.

自 1953 年以来已有大量的文章以 “Taylor 弥散” 为基础, 并且它们至今连续不断. 仅在 1996 年科学引文索引 (SCI) 已收录到 Taylor 1953 年的文章被引用 68 次; Ronald Smith 一个人就在流体力学杂志 (J.F.M) 上对此专题发表了 43 篇文章. 在一些基础研究中 Taylor 的结果用多种方式被推广: 计算在弯管定常流动中的 D_{eff} , 在弯管流动中二次流动加强了横向混合; 计算在直管振荡流动中的 D_{eff} ; 计算在弯管振荡流动中的 D_{eff} (此时振荡流动和二次流动之间可能存在有共振); 计算在非均匀管流动中的 D_{eff} ; 计算在有反应或吸附壁面的管道内的 D_{eff} ; 计算浮力溶解物的 D_{eff} 等等. 对时间很短而不能形成高斯分布的过程作了剪切弥散的分析. “Taylor 弥散” 的说法已由 Howard Brenner 和他的同事推广到很大一类多维输运问题中. 很多确定性或随机性的数学方法与此类问题有关, 其中也包括很多计算方法.

应用范围也决不比基础研究的范围小. 在生理学和医学中有很多正在开展的应用 (例如: 早产婴儿的高频小振幅输气的成功据信就是由剪切弥散决定的). 在河流、海湾、海洋、化工、气体套色的污染研究中也有很多应用, 也许还有不少我未知的应用领域.

在中心引力场中刚体的转动运动 (Drehbewegungen Starrer Körper im Zentralen Schwerfeld (Rotational Motions of Rigid Bodies in a Central Gravity Field))

K Magnus. *Applied Mechanics*. In: Henry Görtler & Peter Sorger eds. *Proc. 11th ICTAM*. Berlin: Springer, 1966. 88~98

Werner Schiehlen (Stuttgart) 建议

在陀螺动力学中, 引力在几个世纪以来一直被认为是均匀的场. 它产生一个常量的、各向同性的重力加速度. 对人造卫星而言, 这一假设不再成立, 它需要陀螺现象的精确理论. Kurt

Magnus 在慕尼黑举行的第 11 届 ICTAM 大会上提出了球引力场内刚体运动的扩展理论. 从力学的基本理论出发, Magnus 导出了运动方程, 对准确解进行了分类并用近似方法发展了一种稳定性理论. Magnus 发现刚体绕主轴旋转稳定性以一种非常复杂的方式依赖于惯性矩. 特别地, Magnus 引入刚体的形状三角给出了任意非对称卫星的结果. 该文是力学上的一个里程碑, 在航天卫星设计上它是最有用的.

波传播的理论 (Sur la Propagation des Ondes (On the Propagation of Waves))

J Hadamard. Bulletin de la Société Mathématique de France, 1901, 29: 50~60

Pierre Suquet (Marseille) 建议

这篇源头性的文章取自于 1898 年至 1900 年间 Jacques Hadamard 在 Collège de France 的一系列演讲. 它是同一作者 1903 年的开拓性著作 “Leçons sur la Propagation des Ondes et les équations de l’Hydrodynamique(流体动力学方程的波传播讲义)” 的前身. Hadamard 主要讨论了理想不可压流体动力学主边值问题的可解性. 该文包含了两个极其重要的贡献. 首先, 它在一般意义下对连续介质的不连续性提出了一个非常聪明的处理方法, 这在当时是无与伦比的 (虽然早些时候, Riemann 和 Hugoniot 对一维问题引入了几个重要的概念). Hadamard 清楚地区分了不同类型的协调性, 即几何的、运动学的与动力学的协调性, 它们与任何潜在的线性假设都无关.

协调关系最初的应用范围只限于理想流体, 但现在它在许多地方被证明是非常有用的. 在固体力学中, Clifford Truesdell 在数篇论文中强调 Hadamard 工作的基础意义 (例如: C. Truesdell. General and exact theory of waves in finite elastic strain. *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 1961, 8: 263~296). 类似地, Rodney Hill 称赞 Hadamard 的工作是 “不朽的经典之作” 和 “超群之作” (R. Hill. Discontinuity relations in mechanics of solids. In: I. N. Sneddon & R. Hill, eds. *Progress in Solid Mechanics*. 2. North-Holland, Amsterdam, 1961. 247~276).

1901 年文章的另一个极其杰出的贡献是关于有限变形的固体的, 尽管这一贡献有着重要的含义, 但它决不是直截了当的. 在该文的第 7 点的仅 23 行里, Hadamard 作出了稳定性、波传播和不连续性之间的清楚联系. 其中, 声学张量的严格正性条件 —— 常常叫做 Legendre-Hadamard 条件, 今天又叫做强椭圆性或秩 1 凸性 —— 比通常非常强的条件少一些限制. 它后来被广泛用于固体中应变局部化的研究 (例如: J.R. Rice. The localization of plastic deformation. In: W.T. Koiter, ed. *Proc. 14th ICTAM*. Delft, North-Holland, Amsterdam, 1976, 1. 207~220).

这个领域内非常活跃的研究工作应该归功于 Hadamard.

极大雷诺数的不可压缩黏性流体中湍流的局部结构 (The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers)

A N Kolmogorov. *Comptes Rendus (Doklady) de l’Académie des Sciences de l’URSS*, 1941, 30(4): 70~74

Tomomasa Tatsumi (Kyoto) 建议

没有人能否认 20 世纪的流体力学的中心研究领域之一是湍流理论. 湍流的研究从 Reynolds 的先驱性工作开始已经向两个方向上发展. 一个方向是用 “湍流黏性” 和 “混合长度” 概念形成的湍流剪切流的半经验理论. 另一个方向是用 “速度关联” 和 “能谱” 等统计概念形成的均匀各

向同性湍流的统计理论. 这些理论给我们提供了有关湍流的有用的实际信息. 但是前一个理论有严重的缺陷, 它必须使用缺乏物理基础的几个假设, 并由此对理解湍流的特性贡献不大. 另一方面尽管由后一个理论提供的统计信息比前一个理论要深远得多, 但它的应用能力严重地受到流动均匀各向同性假设的限制.

Kolmogorov 理论 (1941) 打破了这两个方向上的僵局. 它指出对极大雷诺数的所有湍流流动都存在有一个小尺度分量的普适统计状态, 它只依赖于两个参数, 湍流的平均能量耗损率 ϵ 和流体的运动黏性 ν , 它也证明了在极大雷诺数时统计状态与 ν 无关, 因此相距 Y 的两点速度之间的差的平方平均等于 $C(\epsilon Y)^{2/3}$, C 是一个普适常数.

因此湍流理论第一次从 Kolmogorov 理论中得到了它的坚实基础和物理规律, 可以说他的工作的确吹响了发生在这个世纪的湍流研究的进军号角, 并将在下个世纪得到进一步的发展.

编者注 当每一个大会委员会成员提出几个建议时一般只采用一个建议. 根据 Javier Jiménez 的特别要求, 我们允许了一个例外, 他非常支持上面对 Kolmogorov 文章的建议.

广义射线理论与层状弹性体的瞬态响应 (The Generalized Ray Theory and Transient Responses of Layered Elastic Solids)

Y H Pao and R R Gajewski. In: P. Mason & R.N. Thurston, ed. Physical Acoustics, 1977, 13: 183~265

Franz Ziegler (Vienna) 建议

自 d'Alembert 以来, 诸多研究兴趣持续地关注弹性体中的波动现象. 在 1957 年 McGraw-Hill 出版的《层状介质中的弹性波》这一名著中, W.M. Ewing, W.S. Jardetzky 和 Frank Press 对这些研究状况作了完美的综述. 在该书中, 他们将柱波或球波的 Weyl-Sommerfeld 积分的级数展开式视为一种可能的数学表示, 但没有期望有富有成效的应用. 20 年之后, Pao(鲍亦兴)重新阐述了波在两个不同介质的弹性体间的接口上折射这一边值问题, 并且由 Laplace 变换与 Fourier 变换的组合严格地推导出平面波的级数展开式. 由此, 他们系统地构造了广义射线积分和识别各类点源的源发射函数, 导出了在内部与表面观察点处对于位移、速度、加速度和应力的接收函数, 沿发射源与接收点之间几何上确定的所有可能路径传播的平面波的相函数, 以及所研究的位移势的反射系数, 透射系数等等. 从内部的源到表面源取极限过程立刻得到表面发射函数.

对这些积分施加变换, 根据 Laplace 逆变换将给出复慢度平面内的有限数值积分, 在层状体中按波在给定的源 - 接收器之间传播所达到的时间顺序计算这些积分. 论文中给出了许多有用的数值表格.

这篇论文是力学和地球物理学中一项具有里程碑意义的工作. 他们首次系统地构造了层状介质中任意的源到接收器之间的广义射线积分, 使得体波、Rayleigh 波与散射波都能被识别. 更进一步, 他们所展现的详尽积分过程 (甚至对按矩阵表示的并行计算) 使得广义射线积分法成为一个强有力的工具. 射线积分的和给出了任意有限观察时间内波场的严格瞬态解, 这使得从均匀的层状半空间到层状平板等一大类瞬态响应问题的求解取得重大进展.

基于这篇论文, Pao 还探索了在斜层中波传播的发散效应.

(北京大学力学与工程科学系 黄永念 陈 璞 徐 丹 黄克服 孙树立 苏先樾 王海兰
译自 Werner Schiehlen & Leen van Wijngaarden eds. Mechanics at the Turn of the Century.
Shaker Verlag, Aachen 2000)